

Bulletin

Groupe d'études et de recherche
 en analyse des décisions

GERAD

Les publications : un témoin de la qualité de la recherche

Dans cette édition, le Bulletin du GERAD propose à ses lecteurs un compte rendu de onze recherches dont les résultats ont été récemment publiés. Cet échantillon montre la grande diversité de problèmes où les mathématiques de la décision jouent un rôle important. Les travaux présentés diffèrent en termes des champs où les développements méthodologiques se situent (optimisation, statistiques, ingénierie financière ou théorie des jeux), et en termes des applications (gestion des revenus, tarification d'options, investissements dans le secteur électrique, gestion de l'environnement et du climat, etc.). Par contre, les onze articles ont un point en commun : ils sont tous parus dans des revues top de leurs domaines. Il s'agit de *Automatica*, *Energy Journal*, *IEEE Transactions on Automatic Control*, *Journal of the American Statistical Association*, *Management Science*, *Mathematical Programming*, *Operations Research* (3 articles), *Production and Operations Management* et *SIAM Journal of Optimization*. Ces publications constituent un signal additionnel très clair de la grande qualité scientifique des recherches effectuées au GERAD par les membres et leurs étudiants.

Bonne lecture,

Georges Zaccour

bulletin@gerad.ca

SOMMAIRE

Nouvelles brèves	2
Charles Audet, John Dennis et Sébastien Le Digabel	3
Olivier Bahn, Alain Haurie et Roland Malhamé	3
Hatem Ben-Ameur, Michèle Breton et Juan-Manuel Martinez	5
Jack Brimberg, Henrik Juel et Anita Schöbel	5
Luce Brotcorne, Martine Labbé, Patrice Marcotte et Gilles Savard	6
Issmail Elhallaoui, Abdelmoutalib Metrane, François Soumis et Guy Desaulniers	7
Christian Genest, Kilani Ghoudi et Bruno Rémillard	8
Martin Guay, Denis Dochain, Michel Perrier et Nicolas Hudon	9
Pierre L'Écuyer, Christian Lécot et Bruno Tuffin	10
Pierre-Olivier Pineau et Georges Zaccour	11
Dan Zhang et William L. Cooper	12



21 mai 2008 : Dominique Orban a été promu professeur agrégé au Département de mathématiques et de génie industriel de l'École Polytechnique de Montréal.

21 mai 2008 : Gilles Caporossi a été promu professeur agrégé au Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion à HEC Montréal.

21 mai 2008 : Denis Larocque a été promu professeur titulaire au Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion à HEC Montréal.

23 mai 2008 : Sihem Taboubi a été promue professeure agrégée au Service de l'enseignement du marketing à HEC Montréal.

23 mai 2008 : Jean-François Cordeau a été nommé directeur adjoint au CIRRELT, Montréal.

29 mai 2008 : Le prix du meilleur article en logistique pour une étudiante du GERAD. L'étudiante **Tuyva Chan**, diplômée en 2007 de la M. Sc. en gestion, codirigée par Gilbert Laporte et Jean-François Cordeau, a reçu le Prix Progistix du meilleur texte logistique au Canada par l'association Chaîne d'approvisionnement et logistique Canada (CAL) pour un article tiré de son mémoire « La localisation d'usines satellites dans le domaine forestier : une étude de cas ». Elle a reçu le prix lors du colloque annuel du 4 au 6 mai, à Toronto.

3 juin 2008 : Michel Perrier reçoit un doctorat honoris causa de la Faculté Polytechnique de Mons. La Faculté Polytechnique de Mons, en Belgique, a décerné, le 26 septembre 2008, un doctorat Honoris Causa à Michel Perrier, professeur titulaire au Département de génie chimique de l'École Polytechnique de Montréal et membre du GERAD, au cours d'une cérémonie officielle où quatre autres membres de la communauté scientifique internationale ont également été honorés.

23 juin 2008 : Prix de la meilleure thèse de doctorat en mathématiques appliquées au Canada pour un étudiant du GERAD. L'étudiant de doctorat, **Alysson M. Costa**, dirigé par Jean-François Cordeau et Gilbert Laporte, HEC Montréal et GERAD, a reçu le prix Cecil Graham 2008 qui couronne la meilleure thèse de doctorat en mathématiques appliquées obtenue en 2007 au Canada, pour sa thèse « Models and Algorithms for Two Network Design Problems ».

3 octobre 2008 : Geneviève Gauthier a été promue professeure titulaire au Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion à HEC Montréal.

7 octobre 2008 : Parution d'un livre de la professeure Diane Riopel. Professeure titulaire en génie industriel à l'École Polytechnique de Montréal et membre du GERAD, Diane Riopel, vient de publier avec Clément Croteau, linguiste-terminologue à l'Office québécois de la langue française, le *Dictionnaire illustré des activités de l'entreprise* aux Presses Internationales Polytechnique. Le dictionnaire contient une terminologie incontournable pour une communication efficace à tous les niveaux de l'entreprise.

20 octobre 2008 : Pierre Hansen, lauréat du prix Acfas – Jacques-Rousseau. Pierre Hansen, titulaire de la Chaire d'exploitation des données et membre du GERAD, a reçu le prix Jacques-Rousseau 2008 (multidisciplinarité) de l'Association francophone pour le savoir (Acfas) lors du Gala de l'Acfas tenu le 16 octobre dernier, à Montréal. Ce prix souligne les réalisations scientifiques exceptionnelles d'une personne ou d'une équipe qui a largement dépassé son domaine de spécialisation et qui a établi des ponts nouveaux entre différentes disciplines.

Félicitations à tous!

ACTIVITÉS PASSÉES

6 au 11 juillet 2008 : MCQMC'08, Huitième Conférence internationale sur les méthodes Monte Carlo et quasi-Monte Carlo en calcul scientifique

29 et 30 octobre 2008 : Atelier thématique, Aide multicritère à la décision : le surclassement et les méthodes PROMETHEE et GAIA

20 et 21 novembre 2008 : 2^e Atelier Théorie des jeux en énergie, en ressources et en environnement

CONGRÈS EN 2009

4 au 6 mai 2009 : Journées de l'Optimisation 2009

14 et 15 mai 2009 : 3^e édition du colloque Théorie des jeux en marketing

29 et 30 juin 2009 : 2^e Atelier sur les jeux dynamiques en sciences de la gestion à Valladolid, Espagne

1^{er} au 3 juillet 2009 : Seventh International ISDG Workshop à Djerba, en Tunisie

6 au 8 juillet 2009 : CSC 2009 : Conference on Systems and Control

NOUVEAUX MEMBRES

Dan Zhang, Université McGill

Membre associé : Nicolas Zufferey, HEC - Université de Genève, Suisse

Membre visiteur : Jeroen Struben, Université McGill

Pour un total de 58 membres, 8 membres associés et 3 membres visiteurs.

À l'occasion du 50^e anniversaire de la Société canadienne de recherche opérationnelle, *INFOR* a invité Gilbert Laporte à éditer un numéro spécial de la revue mettant en relief la contribution canadienne à la recherche opérationnelle. Des chercheurs du GERAD ont contribué à quatre des douze articles. Ce sont *Bilevel Programming: The Montreal School* de L. Brotcorne, P. Marcotte, G. Savard; *Four Canadian Contributions to Stochastic Modeling*, de W.K. Grassmann, M.L. Puterman, P. L'Écuyer, A. Ingolfsson; *Operational Research: Milestones and Highlights of Canadian Contributions*, de G. Laporte; et *Time Consistency in Cooperative Differential Games: A Tutorial*, de G. Zaccour.

Décomposition parallèle de l'espace de l'algorithme de recherche directe sur treillis adaptatifs

Charles Audet, John Dennis et Sébastien Le Digabel

L'article *Parallel Space Decomposition of the Mesh Adaptive Direct Search algorithm (PSD-MADS)* est publié dans la revue *SIAM Journal on Optimization (SIOPT)*, et a été écrit dans le cadre des études doctorales de Sébastien Le Digabel, sous la direction du professeur Charles Audet de l'École Polytechnique et du GERAD. Le professeur John Dennis de l'université Rice est également co-auteur. L'article décrit une extension à l'algorithme de recherche directe sur treillis adaptatifs (MADS), développé par les professeurs Audet et Dennis, et décrit dans un autre article de *SIOPT* en 2006. MADS est une méthode pour l'optimisation des fonctions de type boîte noire, c.-à-d., des fonctions dont aucune propriété n'est exploitable. De telles fonctions sont souvent coûteuses, bruitées, faillibles, et elles sont la plupart du temps définies par des simulations informatiques. On retrouve ce genre de fonction dans nombre de domaines, tels que l'ingénierie ou la finance. L'utilisation des dérivées ou des approximations de dérivées est donc exclue pour de tels problèmes, et c'est pourquoi une méthode n'exploitant que des évaluations de la fonction, comme MADS, est tout à fait indiquée.

MADS est en général très efficace pour des problèmes composés d'une vingtaine de variables, mais de nombreuses applications possèdent plus de variables que cela. C'est donc le but de PSD-MADS que

de s'attaquer à de plus gros problèmes. La stratégie employée par la nouvelle méthode, qui a permis de traiter efficacement des problèmes allant jusqu'à 500 variables, est d'effectuer une décomposition parallèle de l'espace des variables. Ceci consiste à affecter plusieurs processus parallèles à l'optimisation de sous-ensembles des variables. Un processus maître gère le tout et décide quelles sont les variables considérées par chaque processus esclave.

Cette technique, la décomposition de type Block-Jacobi, est très utilisée dans la littérature, mais toujours pour des classes de problèmes que nous ne considérons pas ici (c.-à-d., avec des dérivées). Cette restriction impose d'ailleurs des contraintes sur l'algorithme (par exemple, l'utilisation d'une étape de synchronisation entre les processus, ou bien des sous-ensembles fixes de variables).

La nouvelle analyse de convergence de la méthode repose désormais sur celle de MADS, et consiste en une analyse hiérarchique basée sur les propriétés locales de l'objectif, du domaine, et du calcul non-lisse de Clarke. Cette nouvelle analyse a permis de développer un algorithme parallèle asynchrone, sans règles sur les sous-ensembles de variables. Un autre algorithme de recherche directe, parallèle et asynchrone, existait déjà pour notre classe de problèmes, mais celui-ci n'est pas plus efficace que MADS dans sa version scalaire, et ne peut traiter de gros problèmes.

La nouvelle méthode, PSD-MADS, est donc nouvelle à la fois sur le plan théorique et sur le plan pratique. Il reste néanmoins des développements à y apporter, principalement l'ajout de méthodes statistiques permettant d'orienter le choix des sous-ensembles de variables (ceux-ci sont présentement choisis de façon aléatoire), et l'identification de nouvelles applications réelles pour y appliquer la méthode.

(*SIAM Journal on Optimization (SIOPT)*, 19 (3) 1150-1170, 2008)

Charles Audet, Département de mathématiques et de génie industriel, École Polytechnique de Montréal et GERAD.

John Dennis, Rice University.

Sébastien Le Digabel, Département de mathématiques et de génie industriel, École Polytechnique de Montréal et GERAD.

Un modèle de commande stochastique pour la programmation optimale des politiques sur le climat

Olivier Bahn, Alain Haurie et Roland Malhamé

Le réchauffement climatique est devenu un enjeu de premier plan pour presque tous les pays et plusieurs reconnaissent maintenant la nécessité de réduire de manière significative les émissions de gaz à effet de serre (GES) sur le moyen et le long terme. Toutefois, le principal point de débat demeure le tempo de réduction des GES. En fait, le tempo approprié doit ressortir d'un arbitrage délicat. D'une part, réduire trop vite peut restreindre indûment le développement économique, qui, jusque-là, dépendait fortement d'énergies fossiles. D'autre part, un niveau insuffisant de réduction peut entraîner des dommages immenses si l'impact véritable des concentrations atmosphériques de GES sur la température (sensibilité climatique) s'avère aussi



fort que certains climatologues le craignent. Dans ce contexte, une prise de décision rationnelle doit tenir compte d'au moins deux sources d'incertitude importantes : une connaissance insuffisante de la physique des processus atmosphériques de la terre résumés par la constante de sensibilité du climat et la vitesse avec laquelle les technologies propres (énergies fossiles produisant moins d'émissions de GES ou énergies renouvelables) peuvent être déployées à grande échelle.

Un modèle mathématique est tout d'abord proposé comme première étape pour traiter rigoureusement la prise de décision dans un cadre de commande optimale des processus (optimisation dynamique). Pour faciliter la résolution, on limite la complexité et les détails du modèle. L'incertitude sur la constante de sensibilité de la température est saisie à l'aide d'un processus aléatoire de saut qui décrit le passage de l'état actuel de connaissances scientifiques partielles à celui présumé d'une meilleure connaissance. De la même manière, un processus

aléatoire décrit la possibilité de déployer des technologies propres sur une grande échelle; ce processus est commandé par le niveau d'investissement en recherche et développement. Ces processus doivent avoir un impact sur les décisions quant à l'investissement et les niveaux d'activité (les principales actions de commande) à l'intérieur du modèle d'une économie mondiale à deux composantes : une économie classique (sale) basée sur les énergies fossiles et une économie propre encore à venir. Les investissements (limités) doivent être partagés en tout temps entre les deux secteurs. Il est à noter qu'avant la naissance d'une économie propre, les investissements de ce dernier secteur doivent correspondre aux coûts de la recherche et du développement. En termes mathématiques, le problème est caractérisé par une commande stochastique sur un processus de Markov hybride (continu/discret). On le résout en développant des équations associées de programmation dynamique et en calculant numériquement leurs solutions. Notre approche s'éloigne des approches antérieures qui, quoique basées sur des modè-

les économiques et énergétiques plus détaillés, captent l'incertitude seulement à l'aide d'un ensemble limité de scénarios déterministes associés à des poids de probabilité, comme dans le cadre de programmation stochastique habituelle.

Nous proposons ensuite une illustration numérique avec un modèle d'évaluation simple qui représente l'économie mondiale. Les solutions obtenues fournissent des observations intéressantes pour les décideurs gouvernementaux. Dans la phase avant le premier saut (lorsque la sensibilité du climat demeure incertaine et les technologies propres ne sont pas pleinement disponibles), la politique climatique optimale consiste à suivre une approche de précaution en réduisant les émissions de GES comme si on savait que la sensibilité du climat était élevée.

Pendant cette phase, les investissements en recherche et développement augmentent graduellement avec le temps.

Lorsque les sauts se produisent, la politique climatique optimale s'adapte à la nature des sauts. La caractéristique la plus saisissante de la politique proposée paraît être sa capacité de suivre des pistes d'investissement intermédiaires avant que la vraie sensibilité du climat ne soit connue, tout en respectant un principe de précaution en ce qui concerne les émissions.

Alors que notre modèle considère le cas idéalisé d'un seul décideur pour l'économie mondiale, un cadre plus réaliste consisterait à considérer plusieurs groupes de pays qui jouent stratégiquement en décidant de la programmation de leurs politiques de réduction respectives. Le développement d'un tel modèle basé sur la théorie des jeux est actuellement en cours.

(*Automatica*, 44, 1545-1558, 2008)

Olivier Bahn, Service des méthodes quantitatives de gestion, HEC Montréal et GERAD.

Alain Haurie, ORDECSYS, Genève, et GERAD.

Roland Malhamé, Département de génie électrique, École Polytechnique de Montréal et GERAD.

Méthode de programmation dynamique pour la tarification d'options dans le modèle GARCH

Hatem Ben-Ameur,
Michèle Breton
et Juan-Manuel Martinez

Une option donne le droit à son détenteur d'acheter (ou de vendre) un actif donné, appelé l'actif sous-jacent, à une date future déterminée, pour un prix fixé à l'avance. Les options, ou autres produits dérivés, sont maintenant couramment utilisées par les entreprises, principalement comme outils de gestion de risques financiers, par exemple de change, de taux d'intérêt ou de prix de commodités.

Dans cet article, les auteurs proposent une méthode numérique efficace pour l'évaluation du prix d'une option écrite sur un actif sous-jacent dont le prix est décrit par un processus GARCH. Le modèle GARCH suppose que la volatilité d'un actif n'est pas constante, mais plutôt décrite par un processus autorégressif. Cette hypothèse est très souvent confirmée par le comportement des prix d'actifs transigés. L'une des caractéristiques particulièrement intéressantes du modèle GARCH est le fait que la volatilité peut être directement estimée à partir des prix observés sur les marchés.

Dans le contexte GARCH, la méthode d'évaluation proposée par J.-C. Duan et J.-G. Simonato en 2001, basée sur l'approximation du processus par une chaîne de Markov, était jusqu'à présent la plus efficace. H. Ben Ameur, M. Breton et J.-M. Martinez proposent un algorithme de programmation dynamique (PD), couplé avec une approximation de la valeur de l'option par éléments finis, qui donne une évaluation beaucoup plus précise en

moins de temps de calcul. Les auteurs montrent également que l'approximation par chaîne de Markov peut être considérée comme un cas particulier de leur méthode. L'article est basé en partie sur le mémoire de M.Sc. de Juan-Manuel Martinez, alors étudiant en ingénierie financière à HEC Montréal.

La méthode proposée est très efficace pour l'évaluation de dérivés écrits sur un seul actif. On obtient la valeur du dérivé correspondant à toutes les valeurs possibles du prix et de la volatilité de l'actif sous-jacent, à toutes les dates d'observation. Cependant, pour des dérivés écrits sur plus d'un actif, la PD devient difficilement utilisable, car on ne peut plus stocker la valeur du dérivé pour toutes les combinaisons possibles. Une avenue de recherche intéressante serait d'adapter des procédures d'approximation en PD, tout en obtenant des estimations fiables de l'erreur d'approximation.

Le développement de méthodes numériques efficaces pour l'évaluation de produits dérivés trouve son importance autant en pratique que dans le monde académique. Tout d'abord, bien que plusieurs options soient transigées sur des marchés organisés, encore davantage le sont de gré à gré. Sous l'hypothèse GARCH, une méthode d'évaluation efficace permet la détermination d'un juste prix pour les deux parties, à partir des observations historiques du prix de l'actif sous-jacent. Par ailleurs, ces méthodes numériques sont utilisées par les chercheurs pour comparer les prix de marché aux prix théoriques, afin d'évaluer la validité des modèles utilisés pour représenter l'évolution des prix des actifs sous-jacents.

(*Management Science*, doi: 10.1287/mnsc.1080.0925., 2008, Titre original : Dynamic Programming Approach for Valuing Options in the GARCH Model)

Hatem Ben-Ameur, Brock University et HEC Montréal et GERAD.

Michèle Breton, Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion, HEC Montréal et GERAD.

Juan-Manuel Martinez, HEC Montréal.

Localisation d'un cercle sur une sphère

Jack Brimberg, Henrik Juel
et Anita Schöbel

L'idée de ce projet vient d'échanges entre les trois auteurs lors du *Ninth International Symposium on Locational Decisions* (ISOLDE IX) à Fredericton (Nouveau-Brunswick) en juin 2002. Nous assistions ensemble à une présentation sur des méthodes et les plus récents résultats pour les problèmes de localisation sur une sphère. On présume généralement pour les modèles de localisation continus que le problème peut être représenté sur le plan (R^2). Or, il est reconnu que lorsque les distances entre les installations sont assez importantes, on peut améliorer l'exactitude du modèle en tenant compte de la sphéricité de la terre. En même temps, les nouvelles installations à localiser et les marchés qu'elles desserviront sont normalement représentés par des points situés dans l'espace de localisation. Dans certains cas, toutefois, comme pour la localisation des voies de transport ou de communications, on ne peut faire abstraction des dimensions de l'installation. Par conséquent, quantité de recherche dans le domaine de la localisation portent sur le problème d'équipements linéaires ainsi que d'autres types d'équipements à fortes dimensions. Pour les auteurs, la question de la localisation d'une grande installation linéaire en tenant compte de la sphéricité de la terre paraissait comme un prolongement naturel du problème de localisation d'une ligne sur le plan. Il s'avère que la question n'avait jamais été posée.

L'article considère deux types d'objectifs : minimiser une somme des distances (pondérées) les plus courtes entre le cercle et un ensemble de points fixes sur une sphère, que l'on appelle le critère *mini-somme*; minimiser le maximum d'une telle distance entre le cercle et l'ensemble des points fixes, ou le critère *minimax*. Nous considérons des cercles sphériques généraux, mais nous



La conception et la tarification simultanées d'un réseau

Luce Brotcorne, Martine Labbé, Patrice Marcotte et Gilles Savard

examinons aussi le cas spécial important des grands cercles. Le principal résultat du problème minimax est que chaque grand cercle optimal se trouve à une distance maximale d'au moins trois points fixes, tandis qu'un cercle arbitraire pour être optimal doit être identifié par au moins quatre points extrêmes. Pour le critère *mini-somme*, il est démontré qu'un grand cercle optimal doit passer par deux points fixes. Les résultats présentés ici étendent les propriétés connues pour la localisation de lignes et de cercles sur le plan et fournissent aussi des analogies intéressantes. Nous présentons aussi des algorithmes polynomiaux à partir des résultats.

Quoi que les modèles mis au point sont peut-être davantage d'intérêt théorique que pratique à ce moment-ci, le potentiel pour de nouvelles applications n'est pas négligeable. Dans cet article, nous arguons que, outre la modélisation d'installations linéaires sur la surface de la terre, de nouvelles applications dans divers domaines, telles la statistique, la médecine et la biologie, peuvent se présenter. On note certaines questions ouvertes et suggère des axes pour des recherches futures qui pourraient fournir des idées à des étudiants de troisième cycle à la recherche d'un sujet de thèse. À titre d'exemple, un problème connexe porte sur la localisation d'une orbite au-dessus d'une sphère, où une troisième dimension d'altitude entre en jeu.

(*Operations Research*, 55(4), 782-791, 2007)

Jack Brimberg, Collège royal militaire du Canada, Kingston, et GERAD.

Henrik Juel, Université technique du Danemark.

Anita Schöbel, Georg-August-Universität, Göttingen, Germany.

Cet article scientifique s'inscrit dans le cadre d'un domaine de recherche en pleine expansion, celui de la tarification et de l'optimisation des revenus, qui trouve son origine dans l'industrie aérienne américaine à la fin des années 1970. Depuis ce moment, l'optimisation des revenus est devenue une composante importante dans la gestion d'entreprises de services des secteurs des télécommunications, du transport, des spectacles, du tourisme, de l'hôtellerie, qui sont caractérisées par de faibles coûts marginaux d'exploitation, d'inventaires ou d'une capacité d'offre stable à court terme, ayant souvent une nature périssable. Notre approche se distingue des méthodes classiques décrites dans la lit-

térature en mettant l'accent sur une représentation fine du comportement des consommateurs ainsi que sur son intégration dans un modèle d'optimisation à deux niveaux. L'utilisation de ces modèles permet de relier la demande à une modification des attributs des produits par le biais de modèles comportementaux, qui peuvent prendre la forme de modèles d'optimisation, d'équilibre ou de choix discrets (probabilistes).

Motivés par une application réelle en télécommunications, nous considérons dans cet article un modèle qui intègre simultanément les aspects de conception et de tarification dans une perspective d'optimisation des revenus. Le modèle mathématique prend naturellement la forme d'un programme d'optimisation à deux niveaux NP-difficile. Nous exploitons dans un premier temps la structure du programme pour démontrer qu'un ensemble de contraintes normalement associées au deuxième niveau peuvent être transférées au premier niveau, propriété qui n'est généralement pas valide dans un contexte de programmation mathématique à deux niveaux. À partir de cette nouvelle formulation, nous développons une approche originale de résolution qui généralise le cadre algorithmique



de la relaxation lagrangienne à la programmation à deux niveaux. En pénalisant les contraintes qui ont été transférées au premier niveau, la fonction duale est évaluée en résolvant le sous-problème lagrangien qui prend alors la forme d'un problème de tarification classique (sans variables de conception). Ce sous-problème, qui demeure NP-difficile, peut cependant être efficacement résolu de façon approchée. La mise en œuvre de l'algorithme exploite une procédure d'approximation des sous-gradients, une reformulation à un niveau avec pénalité exacte et l'utilisation d'une approche de résolution de type Gauss-Seidel pour le sous-problème lagrangien.

L'approche a été validée sur trois ensembles de problèmes, le premier simulant un réseau de transport routier de taille variable, les deux autres représentant des instances réelles d'un réseau routier et d'un réseau de télécommunications, respectivement. Des problèmes comprenant plus de 4000 variables ont ainsi pu être résolus efficacement.

La recherche effectuée au GERAD et au CIRRELT dans le domaine de la tarification et de la gestion des capacités a mené à la création d'une entreprise dérivée, ExPretio Technologies. Cette entreprise propose des solutions technologiques innovatrices pour la gestion du revenu et la tarification de produits. Les outils sont bâtis sur une technologie unique incorporant explicitement les objectifs opérationnels et commerciaux de l'entreprise ainsi que son environnement immédiat, dont le comportement de la clientèle et de la compétition, et ils visent à optimiser le contrôle des inventaires, la prévision de la demande et la tarification dans les domaines du transport aérien et ferroviaire.

(*Operations Research*, 56(5), 1104-1115, 2008)

Luce Brotcorne, Université de Valenciennes.

Martine Labbé, Université libre de Bruxelles.

Patrice Marcotte, Université de Montréal.

Gilles Savard, École Polytechnique de Montréal et GERAD.

Agrégation dynamique de contraintes multi-phase pour des problèmes de partitionnement d'ensemble

Issmail Elhallaoui,
Abdelmoutalib Metrane,
François Soumis et
Guy Desaulniers

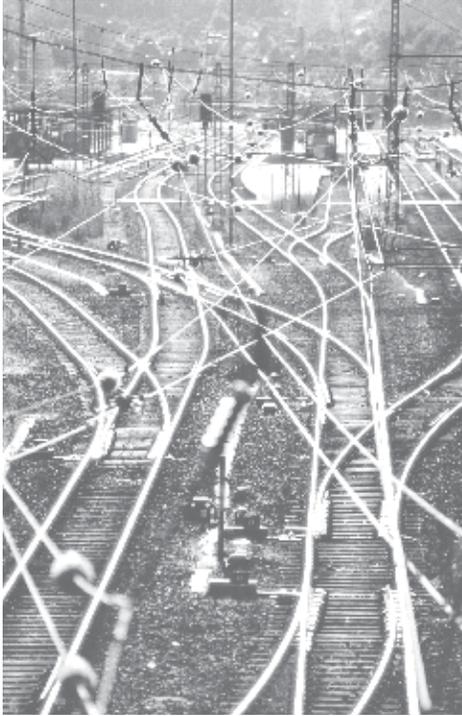
L'optimisation des problèmes d'horaires de personnel et de véhicules en transport aérien, ferroviaire et par autobus peut engendrer des gains substantiels : une économie de 1 % sur le coût des équipages d'une grande compagnie aérienne représente plus de 10 000 000 \$ annuellement. Toutefois, c'est tout un casse-tête que d'affecter quelques milliers de personnes sur plusieurs dizaines de milliers de vols. Ces problèmes sont formulés comme des modèles de partitionnement d'ensemble comportant un grand nombre de variables et de contraintes. Ces modèles sont beaucoup trop grands pour être traités directement avec les logiciels commerciaux. Depuis les années 80, notre équipe a popularisé la méthode de génération de colonnes qui réduit le nombre de variables à considérer simultanément et permet de traiter plus efficacement ces problèmes.

Cet article contribue au développement d'une nouvelle méthode, appelée agrégation dynamique de contraintes (ADC), qui permet de résoudre exactement les problèmes de partitionnement en considérant seulement un sous-ensemble de contraintes à la fois. Cette méthode est importante car le temps de résolution dépend beaucoup plus du nombre de contraintes que du nombre de variables. Rappelons que la résolution des problè-

mes de partitionnement fait appel à l'algorithme du simplexe qui améliore graduellement la valeur de la solution courante en effectuant des itérations, appelées « pivots », passant d'une solution de base à une autre.

Une version initiale de l'ADC a été publiée par notre équipe dans *Operations Research* [1]. Cette nouvelle méthode part de l'observation que, pour les problèmes de partitionnement, plusieurs variables de base sont nulles et une grande partie des pivots de l'algorithme du simplexe sont dégénérés. L'idée de l'ADC est d'éliminer de la base les variables nulles et de conserver une seule contrainte dans chaque groupe de contraintes devenues identiques pour les variables de base conservées. De plus, on classe les variables en compatibles et en incompatibles. Une variable est compatible si elle peut être entrée en base sans violer les contraintes supprimées. Comme les itérations sont moins coûteuses lorsqu'une variable compatible entre en base, l'algorithme donne une certaine priorité à ces variables. En effet, pour entrer en base une variable incompatible, il faut ajouter les contraintes qui pourraient être violées pour éviter d'obtenir des solutions non réalisables. L'ADC comprend aussi des réductions de la base et de l'ensemble des contraintes conservées.

Le présent article améliore l'ADC et établit ses fondements théoriques. Il classe les variables incompatibles en fonction de leur nombre d'incompatibilités. Une variable est k -incompatible si k contraintes éliminées sont violées lorsqu'elle est entrée en base sans ajouter ces contraintes. Le nouvel algorithme procède par phases en effectuant d'abord les pivots sur les variables ayant le moins d'incompatibilités. Ces pivots sont moins coûteux à effectuer car il faut ajouter moins de contraintes avant de les effectuer. De plus, on augmente moins la taille du problème à traiter et le temps nécessaire pour les pivots suivants. L'article adapte aussi la notion d'incompatibilité au contexte de génération de colonnes, ce qui permet de traiter efficacement de très grands problèmes en ne considérant simultanément qu'un



nombre réduit de variables et de contraintes.

Dans un premier temps, l'analyse théorique montre que le nombre de bases associées à un point extrême d'un problème dégénéré croît exponentiellement avec le nombre de variables nulles en base tandis qu'avec l'ADC, il n'y en a qu'une seule à visiter. Par la suite, l'analyse tente d'expliquer la performance de l'ADC en démontrant des conditions suffisantes garantissant la décroissance de l'objectif en une ou en deux itérations. L'utilisation de variables avec peu d'incompatibilités favorise la satisfaction de ces conditions. Finalement, on met en évidence que la force de l'ADC est de pouvoir prouver qu'une solution optimale est atteinte sans que toutes les variables et toutes les contraintes soient considérées explicitement.

L'expérimentation sur des problèmes de chauffeurs d'autobus avec environ 2000 contraintes montre que le nombre de contraintes est en moyenne réduit à 500 et que le temps de résolution en nombres réels est divisé par un facteur supérieur à 20 par rapport à l'algorithme utilisant seulement la génération de colonnes et de près de 5 par rapport à la version initiale [1].

Un troisième article publié dans *Computers & Operations Research* [2] ajoute l'agrégation des sous-problèmes de génération de colonnes et le traitement des problèmes en nombres entiers. On observe alors que les solutions des relaxations linéaires sont moins fractionnaires qu'avec un algorithme de génération de colonnes sans ADC. De plus, le temps total de résolution en nombres entiers est réduit par un facteur 100. Le développement de l'ADC permet de résoudre des problèmes d'horaires sur de plus longs horizons de planification ou combinant plusieurs étapes de décision.

[1] Elhallaoui, I., Villeneuve, D., Soumis, F., Desaulniers, G., «Dynamic Aggregation of Set Partitioning Constraints in Column Generation», *Operations Research*, 53(4), 632-645, 2005.

[2] Elhallaoui, I., Desaulniers, G., Metrane, A., Soumis, F., «Bi-dynamic constraint aggregation and subproblem reduction», *Computers & Operations Research*, 35(5), 1713-1724, 2008.

(*Mathematical Programming A*, doi : 10.1007/s10107-008-0254-5, 2008)

Les 4 auteurs sont de l'École Polytechnique de Montréal et du GERAD.

Des extensions du test de Brock, Dechert et Scheinkman basées sur les rangs

Christian Genest, Kilani Ghoudi et Bruno Rémillard

La validation de modèles pour les séries chronologiques est primordiale pour les applications, principalement en sciences actuarielles et en finance. Ces modèles comprennent normalement des termes non observables, appelés innovations, qui sont présumées être mutuellement indépendantes et qui ont une fonction de

répartition commune. Une étape importante dans la validation de ces modèles consiste à tester l'hypothèse du caractère aléatoire de la suite des innovations (c.-à-d., tester l'hypothèse selon laquelle les innovations sont indépendantes). Lorsqu'on présume que la série elle-même est indépendante, il n'est pas nécessaire de tenir compte des innovations, et divers outils sont disponibles pour tester l'hypothèse nulle du caractère aléatoire de la série (ex., des tests basés sur les autocorrélations ou autres mesures de dépendance séquentielle et des tests basés sur les fonctions de répartition empiriques, des fonctions caractéristiques empiriques ou des copules empiriques).

Dans la plupart des modèles, toutefois, les observations sont dépendantes et on doit tenir compte des innovations. De plus, il y a normalement des paramètres à estimer. Par conséquent, les tests du caractère aléatoire des innovations sont normalement basés sur les résidus. Ceux-ci sont typiquement calculés en mettant les paramètres estimés dans une équation qui décrit les innovations et les données observées pendant toutes les périodes disponibles. Le remplacement des innovations par les résidus engendre d'importants problèmes. Les résidus ne sont pas indépendants, et la distribution asymptotique des statistiques des tests dépendra généralement à la fois des paramètres et de la fonction de répartition inconnus des innovations. Pour ces raisons, les outils usuels, qui servent lorsque les paramètres ne sont pas estimés, ne sont d'aucune utilité.

Une manière ingénieuse de résoudre ce problème est fournie par la statistique de Brock, Dechert et Scheinkman (BDS), dont le comportement asymptotique sous l'hypothèse du caractère aléatoire des innovations est la loi gaussienne standard, même si les paramètres du modèle sont estimés. Toutefois, la procédure BDS comporte d'importantes faiblesses, la principale étant que la vitesse de la convergence de la statistique BDS vers la loi gaussienne est parfois très lente. Ceci est désavantageux car ni le niveau ni la puissance du test ne peut être déterminé

avec exactitude sans connaître la fonction de répartition, ce qui explique pourquoi si peu de gens s'en servent réellement. Dans cet article, on considère des extensions de la statistique BDS qui sont libres de ces principales limitations. La principale nouveauté est que les tests sont basés sur des processus empiriques calculés à partir des rangs des résidus, de sorte que la distribution asymptotique ne dépend pas de la fonction de répartition inconnue des innovations. On démontre également que sous des hypothèses assez faibles, la distribution asymptotique ne dépend pas des paramètres estimés. Enfin, des procédures Monte Carlo sont proposées pour estimer les seuils empiriques pour des échantillonnages de toute taille. Quelques exemples pratiques sont traités en détail. En particulier, on démontre que, contrairement à une idée reçue, un modèle chronologique bien connu qui paraît dans la plupart des manuels sur les séries chronologiques est inadéquat.

Cette recherche ouvre la voie à l'étude de la statistique et des processus empiriques construits à partir du rang des résidus. Dans un avenir rapproché, on espère pouvoir traiter des situations plus compliquées comportant des résidus pour des modèles de séries chronologiques généraux.

(Journal of the American Statistical Association, 102(480), 1363-1376, 2007)

Christian Genest, Université Laval.

Kilani Ghoudi, United Arab Emirates University.

Bruno Rémillard, Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion, HEC Montréal et GERAD.

Commande par recherche d'extremum périodique basée sur la platitude des systèmes

Martin Guay, Denis Dochain, Michel Perrier et Nicolas Hudon

Historiquement, la commande de procédés s'intéressait principalement à l'application de la théorie de la commande à des procédés industriels. Récemment, le génie chimique s'est transformé graduellement pour s'intéresser aux applications de la biotechnologie et aussi à la médecine, avec pour effet l'apparition de nouveaux problèmes. Un exemple est l'optimisation de la séquence d'injection de médicaments. L'émergence de modèles pharmacocinétiques en biologie suggère en effet une nouvelle classe de problèmes pour la pratique de la commande. Le problème général consiste à optimiser et à maintenir l'effet d'un médicament soumis à certaines contraintes dans le corps d'un patient. Les exemples de modèles pharmacocinétiques maintenant largement acceptés et utilisés dans le monde universitaire incluent le traitement du VIH, la chimiothérapie et l'injection d'insuline. Ces modèles pharmacocinétiques sont très riches au point de vue des non linéarités et présentent des dynamiques complexes. Présentement, le problème consi-

déré demeure théorique et les résultats obtenus se limitent à des simulations. Plusieurs médecins commencent cependant à s'intéresser à ce type de problèmes puisque la théorie de la commande leur offre plusieurs occasions, ne serait-ce qu'en suggérant des stratégies d'injection non conventionnelles. De leur point de vue, essayer d'obtenir de meilleurs résultats en utilisant des médicaments existants peut leur permettre d'économiser et, ultimement, d'offrir à leurs patients de meilleures chances de rémission.

En analysant les modèles disponibles, on peut se rendre compte de la complexité de la tâche à accomplir d'un point de vue de la commande optimale. Premièrement, puisque les sujets d'étude visent ultimement des êtres humains, les contraintes sur les états à respecter sont primordiales. De plus, par leur complexité, la solution du problème de commande optimale peut être périodique, ce qui nécessite l'élargissement de la classe de commandes admissibles à des commandes périodiques. Finalement, puisque les patients sont différents, la variation des paramètres des modèles utilisés doit être prise en compte. Dans le contexte de l'injection de médicaments, la commande optimisante est une tâche complexe.

La commande optimale périodique (COP) a été développée à partir des années 1970 dans le contexte de la commande optimale des réacteurs et permet de décider si l'action de la commande doit être périodique et, le cas échéant, de calculer l'action optimale du contrôleur en boucle ouverte. La première partie de la question fait appel au calcul variationnel et à l'analyse convexe, alors que la partie « construction » de la commande optimale fait appel à des méthodes numériques qui s'appliquent difficilement en temps réel. Dans l'article qui nous concerne, nous utilisons la commande adaptative par recherche d'extremum pour construire la trajectoire optimale en temps réel et développer un contrôleur pour assurer le suivi de cette trajectoire. L'ingrédient principal de la commande par recherche d'extremum est d'estimer le gradient de la fonction objectif et d'utiliser l'action de la



commande qui amène ce gradient à zéro. Cette technique a été appliquée avec succès dans le passé pour amener des systèmes dynamiques à leur point d'équilibre et pour minimiser l'amplitude de cycles limites. Mais cet article constitue la première application de la commande par recherche d'extremum à la construction de cycles limites qui solutionnent un problème d'optimisation en temps réel.

D'un point de vue de la recherche, le problème considéré est loin d'être complètement résolu. Ce problème fait appel à plusieurs notions de commande, d'optimisation et de la théorie des systèmes dynamiques, et chacune de ces composantes suggère d'importantes questions. Par exemple, la dépendance de la périodicité des solutions par rapport aux paramètres du modèle est un problème habituellement considéré par la théorie des bifurcations. De plus, jusqu'à présent, les résultats obtenus ont été validés par simulation seulement. Ce problème reste donc ouvert pour les étudiants des cycles supérieurs intéressés à l'optimisation et à la commande optimale. Plusieurs contributions théoriques et pratiques sont possibles pour ce problème d'une importance capitale dans notre société. Par exemple, voici quelques questions qu'un étudiant pourrait envisager d'élucider en relation avec l'algorithme proposé dans l'article. Si on décide de réduire la taille du problème, par exemple du modèle pharmacocinétique, quelles parties de la dynamique sont importantes pour conserver l'information nécessaire à la solution du problème ? Quel est l'effet du délai dans la prise de mesure sur le résultat, et particulièrement sur le respect des contraintes ? Est-ce que la forme de la solution optimale (périodique ou non) est valide pour tous les patients potentiels ?

Finalement, dans le futur, l'application de ces techniques de commande optimale à de vrais patients est l'objectif ultime. Un des principaux problèmes à considérer avant que cela ne soit possible est de valider les modèles et spécialement l'effet des paramètres sur la solution. La disponibilité de mesures fiables est aussi cruciale, bien qu'il soit maintenant possible d'avoir

des mesures rapidement dans le cas des patients diabétiques, par exemple. Mais la première étape consiste, bien sûr, à convaincre les médecins du potentiel de la démarche...

(*IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-52(10), 2005-2012, 2007)

Martin Guay, Nicolas Hudon, Département de génie chimique, Université Queen's.

Michel Perrier, Département de génie chimique, École Polytechnique de Montréal et GERAD.

Denis Dochain, Université Catholique de Louvain, CESAME, Belgique.

Une méthode de simulation de quasi-Monte Carlo randomisée pour les chaînes de Markov

Pierre L'Ecuyer, Christian Lécot et Bruno Tuffin

Réduire le bruit dans les simulations d'événements discrets

La simulation stochastique est monnaie courante en gestion et pour la prise de décision, surtout pour estimer les « moyennes » définies comme des espérances mathématiques, qui représentent typiquement les coûts ou les gains espérés. Le coût espéré dépend souvent de la politique décisionnelle que nous aimerions optimiser, ce qui exige de répéter la simulation plusieurs fois pour un grand nombre de valeurs de paramètres différentes. Le temps de calcul peut s'étendre sur des heures, des jours, voire plus, et parfois aboutir à des réponses qui demeurent trop bruitées (non fiables).

La méthodologie de simulation classique fondée sur la méthode de Monte Carlo, où

l'erreur probable est divisée par une a constante donnée, exige la multiplication du nombre de simulations ou des calculs informatiques par a^2 (c.-à-d., pour obtenir une précision d'un chiffre décimal de plus, on doit multiplier par 100 le budget de calcul), ce qui est lent et coûteux.

Les méthodes de quasi-Monte Carlo randomisées sont des techniques hybrides qui compilent des règles d'intégration intelligentes et une certaine stochasticité pour obtenir une meilleure vitesse de convergence pour l'erreur. On obtient ainsi le même niveau de précision avec moins de travail, ou un niveau de précision beaucoup plus grand avec le même travail. Ces méthodes ont gagné en popularité dernièrement et elles fonctionnent bien pour l'estimation de l'intégrale d'une fonction lisse pour un nombre de dimensions petit ou moyen (c.-à-d., lorsque le coût (le coût espéré doit être estimé) dépend seulement de quelques nombres aléatoires dans la simulation et est une fonction lisse de ces nombres aléatoires). Toutefois, lorsque la fonction dépend du chemin échantillon d'un modèle d'événement discret qui évolue sur un grand nombre d'étapes – ce qui est souvent le cas pour les applications –, l'intégrante est de grande dimension et les méthodes de quasi-Monte Carlo randomisées sont inefficaces lorsqu'elles sont appliquées de manière standard. On peut être tenté alors de conclure que la méthode de quasi-Monte Carlo randomisée n'est d'aucune utilité pour ces situations courantes.

Les auteurs ont toutefois introduit un nouvel algorithme de quasi-Monte Carlo randomisé conçu spécialement pour améliorer l'efficacité des simulations d'événements discrets (perçues comme des chaînes de Markov) sur plusieurs étapes. Leur article a été publié dans *Operations Research* sous le titre « A Randomized Quasi-Monte Carlo Simulation Method for Markov Chains ». Ils fournissent des exemples démontrant que leur méthode peut réduire dramatiquement la variance (ou l'erreur quadratique moyenne), parfois par plusieurs ordres de grandeur en comparaison avec le Monte Carlo standard.



Par intuition, on simule n copies de la chaîne en parallèle, en avançant toutes les copies d'une étape à chaque itération, et on induit une dépendance négative entre ces copies, de sorte que la distribution empirique des n états à une étape donnée fournit une approximation beaucoup plus précise de la distribution que si les n copies avaient été simulées indépendamment. Il y a ainsi une amélioration de l'efficacité pour les chaînes de Markov simulées sur quelques centaines d'étapes, parfois par des facteurs supérieurs à 1000. De meilleures vitesses de convergence que pour les méthodes Monte Carlo ont été prouvées pour cette méthode sous certaines conditions. Parmi les très nombreuses applications, signalons les systèmes de file d'attente, l'évaluation du prix d'options en finance et les modèles d'évaluation de la fiabilité et du risque.

L'Ecuyer et son étudiant de deuxième cycle A. L'Archevêque-Gaudet, ainsi que leurs collaborateurs français continuent à étudier la méthode et les améliorations possibles dans des contextes multidimensionnels. Ils examinent des sujets tels que la comparaison des moyens de trier les états entre les étapes, la délimitation de la vitesse de convergence de la variance et l'expérimentation de la méthode dans de nouvelles classes d'applications. De plus, ils se penchent sur les combinaisons de cette méthode avec d'autres techniques telles que la ramification (pour la simulation d'événements rares) et le couplage dans le passé (pour l'échantillonnage d'une chaîne de Markov exactement de sa distribution à l'état stationnaire).

(*Operations Research*, 56(4), 958-975, 2008)

Pierre L'Ecuyer, Université de Montréal et GERAD.

Christian Lécot, Université de Savoie.

Bruno Tuffin, IRISA-INRIA, Campus Universitaire de Beaulieu, Rennes.

Un modèle oligopolistique de fourniture d'électricité avec des segments de marché interdépendants

Pierre-Olivier Pineau
et Georges Zaccour

L'investissement optimal dans la capacité de production est un problème dans toute industrie, mais surtout dans le secteur de l'électricité. Fournir de l'électricité à « la pointe » est un problème qui coûte très cher aux producteurs car une partie importante de la capacité de production nécessaire pour répondre à cette demande de pointe ne sert que pendant une période très courte de l'année. Les coûts doivent ainsi être récupérés sur de très brèves périodes, ou être répartis sur l'ensemble de la production. Lorsqu'on opte pour cette dernière solution, les consommateurs reçoivent un signal de prix erroné : les prix seront *plus bas* pendant la pointe et *plus élevés* hors pointe.

En cas de déréglementation des prix et des investissements, de nouveaux enjeux se présentent. Combien les entreprises investiront-elles en capacité de production pour la pointe et pour les périodes hors pointe ? Comment les prix évolueront-ils ? Comment la demande d'électricité des consommateurs, à des périodes différentes, influencera-t-elle les niveaux d'investissement ? Le nouvel environnement d'affaires moins réglementé transforme un problème d'optimisation classique en un problème de la théorie des jeux où des contraintes spécifiques à l'industrie posent divers défis : des technologies différentes peuvent être utilisées, la demande est différente à des périodes différentes (mais aucun retard n'est toléré

dans la production) et la demande a autant une élasticité-prix qu'une élasticité croisée des prix.

Cet article se penche spécifiquement sur le dernier défi : l'élasticité-prix de la demande et l'élasticité croisée sont intégrées pleinement au modèle. Il s'agit du premier article du domaine qui introduit formellement l'élasticité croisée des prix dans un modèle de théorie des jeux pour trouver des solutions analytiques aux problèmes d'investissement. Nos résultats analytiques ont été appliqués au marché de l'électricité ontarien afin d'illustrer l'impact de l'évolution de l'élasticité-prix et de l'élasticité croisée des prix sur les niveaux d'investissement. À mesure que l'élasticité-prix s'accroît hors pointe (ce qui dénote que la demande hors pointe est plus sensible au prix pendant la pointe), on observe moins d'investissement dans les technologies de pointe, mais davantage dans les technologies hors pointe, et les niveaux des prix augmentent (ce qui donne plus de profits globaux aux entreprises). Les profits suivent un tracé similaire lorsque l'élasticité croisée des prix en périodes de pointe augmente, mais l'impact sur l'investissement dans les technologies pour les périodes de pointe et hors pointe est le



contraire. Dans les deux cas, on constate que lorsque les consommateurs sont davantage sensibles à l'élasticité croisée de prix (c.-à-d., s'ils peuvent ajuster la consommation selon les prix dans les deux périodes), les entreprises en profitent – et non pas les consommateurs, contrairement à l'élasticité-prix. Ces éléments méritent d'être étudiés pour comprendre pleinement comment le marché pourrait évoluer et comment les modifications réglementaires et le comportement des consommateurs peuvent influencer les prix et les investissements.

Le modèle du marché de l'électricité est conçu dans un contexte statique, ce qui ne permet pas de saisir pleinement la dynamique des choix quant à la production et aux investissements au fil du temps. Un étudiant doctoral, Hasina Rasata, met au point une version dynamique de ce modèle sous la direction de Georges Zaccour et de Pierre-Olivier Pineau.

(An Oligopolistic Electricity Market Model with Interdependent Segments, *The Energy Journal*, 28(3), 165-185, 2007)

Pierre-Olivier Pineau, Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion, HEC Montréal.

Georges Zaccour, Service de l'enseignement du marketing, Titulaire de la Chaire de théorie des jeux et gestion, HEC Montréal, et GERAD.

La gestion de soldes en présence de consommateurs stratégiques

Dan Zhang
et William L. Cooper

L'industrie du détail a souvent recours aux soldes. Parmi les avantages : la liquidation d'inventaires excessifs et la possibilité de joindre le segment du marché plus sensible aux prix. Le recours excessif

aux soldes peut toutefois inciter les consommateurs à les attendre, ce qui peut entamer les revenus des détaillants. Dans la littérature universitaire sur les opérations et le marketing, on a déjà examiné les prix des soldes. Le présent article ajoute aux études existantes en examinant les effets conjugués du comportement d'achat des consommateurs stratégiques, de leur capacité d'achat et de la flexibilité de la tarification.

Cet article examine les décisions sur les prix et le rationnement d'un détaillant qui vend un seul produit sur deux périodes, soit une période ordinaire et une période de solde. Les consommateurs qui s'attendent à des soldes à venir peuvent reporter l'achat afin de profiter du rabais. On observe le phénomène de plus en plus depuis que les consommateurs ont accès aux outils Internet conçus pour les aider. Une stratégie consiste à pallier cette tendance non désirée des consommateurs qui attendent en rationnant les produits soldés pour que les consommateurs qui attendent souffrent du risque du rationnement, qui est un sujet traité dans plusieurs recherches récentes. On démontre dans cet article que la flexibilité des prix joue un rôle important dans la détermination de l'efficacité du rationnement des inventaires. Lorsque le détaillant peut établir le prix de façon optimale et les produits sont en quantités illimitées (ou peuvent être fournis rapidement à un coût fixe), il n'est jamais optimal de rationner le produit pendant le solde. Lorsque les prix sont fixés d'avance, il peut s'avérer optimal de rationner pendant le solde. Toutefois, on constate que l'avantage supplémentaire est relativement faible. En particulier, la meilleure des deux options, soit de vendre le produit seulement en période régulière soit de le vendre dans les deux périodes sans rationnement, s'approche de l'optimal. L'article étend les résultats aux cas où la quantité de produits est fixe (et ne peut être augmentée), ce qui s'applique notamment pour les industries des services ayant une capacité relativement rigide, telles que les lignes aériennes et les entreprises de location d'automobiles.

La présente recherche ouvre plusieurs nouvelles pistes. Premièrement, on présume dans l'article que la demande dépend des prix de façon déterministe. Il serait intéressant d'analyser le cas de la demande stochastique, même si nous pensons que les principales observations de l'article s'appliqueraient. Deuxièmement, on présume que la courbe de la demande (ou la fonction de réponse au prix) est connue. Une autre piste intéressante consisterait à examiner le problème lorsque la courbe de la demande n'est pas connue et doit être estimée à partir des données de vente, ce qui est le sujet d'un projet de recherche en cours.

(*Production and Operations Management*, 17(4), 416-431, 2008)

Dan Zhang, Faculté de gestion Desautels, Université McGill et GERAD.

William L. Cooper, University of Minnesota.

Bulletin du GERAD

Édité 2 à 3 fois l'an par le GERAD.

Directeur
Georges Zaccour
georges.zaccour@gerad.ca

GERAD
HEC Montréal
3000, chemin de la Côte-Sainte-Catherine
Montréal (Québec) Canada H3T 2A7
Téléphone : 514 340-6053

Site Internet
www.gerad.ca
bulletin@gerad.ca

Rédacteur en chef
Robin Philpot
rphilpot@sympatico.ca

Traduction
Robin Philpot

Conception graphique
HEC Montréal

Dépôt légal : 1^{er} trimestre 2009
Bibliothèque nationale du Québec

Reproduction autorisée
avec mention de la source

Newsletter

Groupe d'études et de recherche
 en analyse des décisions

GERAD

Publishing that Bears Witness to the Quality of Research

In this issue, the GERAD Newsletter provides readers with an overview of eleven research projects whose results have recently been published. This sample shows the broad diversity of problems in which mathematics in decision-making plays a key role. The projects presented differ as regards both the areas in which methodological developments are achieved (e.g., optimization, statistics, financial engineering, game theory) and the applications (e.g., revenue management, valuing of options, electricity sector investments, climate and environmental management). The eleven articles nonetheless have a point in common, namely that they were all published in the leading journals in their respective fields. These are *Automatica*, *Energy Journal*, *IEEE Transactions on Automatic Control*, *Journal of the American Statistical Association*, *Management Science*, *Mathematical Programming*, *Operations Research* (3 articles), *Production and Operations Management* and *SIAM Journal of Optimization*. These published articles represent another clear indication of the high scientific quality of research conducted at GERAD by members and their students.

Enjoy the newsletter,

Georges Zaccour

bulletin@gerad.ca

Summary

GERAD update	2
Charles Audet, John Dennis and Sébastien Le Digabel.....	3
Olivier Bahn, Alain Haurie and Roland Malhamé	3
Hatem Ben-Ameur, Michèle Breton and Juan-Manuel Martinez	5
Jack Brimberg, Henrik Juel and Anita Schöbel.....	5
Luce Brotcorne, Martine Labbé, Patrice Marcotte and Gilles Savard.....	6
Issmail Elhallaoui, Abdelmoutalib Metrane, François Soumis and Guy Desaulniers	7
Christian Genest, Kilani Ghoudi and Bruno Rémillard.....	8
Martin Guay, Denis Dochain, Michel Perrier and Nicolas Hudon	9
Pierre L'Écuyer, Christian Lécot and Bruno Tuffin	10
Pierre-Olivier Pineau and Georges Zaccour	11
Dan Zhang and William L. Cooper	12



May 21, 2008: Dominique Orban was promoted Associate Professor, Department of Mathematics and Industrial Engineering, École Polytechnique de Montréal.

May 21, 2008: Gilles Caporossi was promoted Associate Professor, Department of Management Sciences, HEC Montréal.

May 21, 2008: Denis Larocque was promoted Full Professor, Department of Management Sciences, HEC Montréal.

May 23, 2008: Sihem Taboubi was promoted Associate Professor, Marketing at HEC Montréal.

May 23, 2008: Jean-François Cordeau was appointed Associate Director of the Montreal site of CIRRELT, Montréal.

May 29, 2008: A best paper award for GERAD student. Tuyva Chan, who graduated in 2007 with an M.Sc. in Administration, Logistics option, co-directed by Gilbert Laporte and Jean-François Cordeau, received the Progistix National Student Paper Award from the Supply Chain and Logistics Association Canada (SCL) for a paper based on her thesis entitled "Locating Satellite Yards in Forestry Operations", at the organization's annual conference, held from May 4 to 6 in Toronto.

June 3, 2008: Michel Perrier receives an Honorary Ph.D. from the Faculté Polytechnique de Mons. On September 26, 2008, the Faculté Polytechnique de Mons, in Belgium, awarded an Honorary Ph.D. to Michel Perrier, Full Professor (Department of Chemical Engineering, École Polytechnique de Montréal), and GERAD member, at an official ceremony during which four other members of the international scientific community were also honoured.

June 23, 2008: An Award for the Best Canadian Doctoral Dissertation in Applied Mathematics for a GERAD student. Alysson M. Costa, a Ph.D. student supervised by Jean-François Cordeau and Gilbert Laporte, HEC Montréal and GERAD, received the 2008 Cecil Graham Award for the best doctoral dissertation in applied mathematics defended at a Canadian university in 2007 for his thesis entitled "*Models and Algorithms for Two Network Design Problems*".

October 3, 2008: Geneviève Gauthier was promoted Full Professor, Department of Management Sciences, HEC Montréal.

October 7, 2008: Publication of a book by Diane Riopel. Full Professor of Industrial Engineering at École Polytechnique and GERAD member, Diane Riopel recently published an illustrated business activity dictionary entitled "Dictionnaire illustré des activités de l'entreprise" at the Presses Internationales Polytechnique together with Clément Croteau, linguist-terminologist at the Office québécois de la langue française. The dictionary contains the essential terminology for an effective communication at all levels in a business.

October 20, 2008: Pierre Hansen wins the ACFAS Jacques-Rousseau Award. Pierre Hansen, holder of the Data Mining Chair, and GERAD member, received the 2008 Jacques-Rousseau Award (multidisciplinarity) from the ACFAS. This award was presented at the ACFAS gala held on October 16, 2008 in Montreal. This award salutes exceptional scientific achievements by individuals or teams having far exceeded their field of specialization and built bridges between different disciplines.

Congratulations!

PAST ACTIVITIES

July 6 to 11, 2008: MCQMC'08, Eighth International Conference on Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods in Scientific Computing

October 29-30, 2008: Thematic Workshop, Aide multicritère à la décision: le surclassement et les méthodes PROMETHEE et GAIA

November 20-21, 2008: Second Workshop, Game Theory in Energy, Resources, and Environment

CONVENTIONS IN 2009

May 4-6, 2009: Optimization Days 2009

May 14-15, 2009: Third Workshop on Game Theory in Marketing

June 29-30, 2009: Second Workshop on Dynamic Games in Management Sciences in Valladolid, Spain

July 1-3, 2009: Seventh International ISDG Workshop in Djerba, Tunisia

July 6-8, 2009: CSC 2009: Conference on Systems and Control

NEW MEMBERS

Dan Zhang, McGill University

Associate Member: Nicolas Zufferey, HEC - Université de Genève, Switzerland

Visiting Member: Jeroen Struben, McGill University

For a total of 58 members, 8 associate members and 3 visiting members.

On the 50th anniversary of the Canadian Operational Research Society, *INFOR* invited Gilbert Laporte to edit a special issue of the journal emphasizing Canadian contribution to operational research. GERAD researchers contributed to four of the twelve papers. They are: *Bilevel Programming: The Montreal School* by L. Brotcorne, P. Marcotte, and G. Savard; *Four Canadian Contributions to Stochastic Modeling*, by W.K. Grassmann, M.L. Puterman, and P. L'Écuyer, A. Ingolfsson; *Operational Research: Milestones and Highlights of Canadian Contributions*, by G. Laporte; and *Time Consistency in Cooperative Differential Games: A Tutorial*, by G. Zaccour.

Parallel Space Decomposition of the Mesh Adaptive Direct Search Algorithm

Charles Audet, John Dennis and Sébastien Le Digabel

The article Parallel Space Decomposition of the Mesh Adaptive Direct Search algorithm (PSD-MADS) is published in the *SIAM Journal on Optimization (SIOPT)*, and was written as part of Sébastien Le Digabel's doctoral studies supervised by Professor Charles Audet of the École Polytechnique and GERAD. Professor John Dennis of Rice University co-authored the article. It describes an extension of the mesh adaptive direct search algorithm (MADS) developed by professors Audet and Dennis and described in a 2006 SIOPT paper. MADS is a method for optimizing black-box type functions, namely functions in which no property can be exploited. These functions can be costly, noisy (unreliable), fallible, and most of the time are defined by computer simulation. They are found in many fields including engineering and finance. Using derivatives or approximations thereof is thus excluded for these types of problems, and that is why a method that only uses evaluations of the function, like MADS, is ideal.

MADS is generally very efficient for problems compounding about twenty variables, however numerous applications have many more variables. The objective of PSD-MADS is thus to solve larger problems. The strategy used in the new

method, which made it possible to efficiently take on problems having up to 500 variables, is to perform a parallel space decomposition on the variables. A master process manages the process and decides what variables are to be considered by each slave process.

This Block-Jacobi decomposition technique is widely used in the literature but always for classes of problems that we are not considering here (namely with derivatives). Moreover, this restriction imposes constraints on the algorithm (for instance, the use of a synchronization step between processes, or fixed subsets of variables).

The new convergence analysis of the method now relies on that of MADS, and consists of a hierarchical analysis based on local properties of the objective, the domain and on the Clarke non-smooth calculus. With this new analysis it was possible to develop a parallel asynchronous algorithm without rules regarding the subsets of variables. Another direct search parallel and asynchronous algorithm existed already for our class of problems, but it is not more efficient than MADS in its scalar version and cannot solve large problems.

The new PSD-MADS method is thus new both theoretically and practically. It still needs to be developed, mainly with the addition of statistical methods that make it possible to orient the choice of variable subsets, which are currently chosen randomly, and to find new real applications for the method.

(*SIAM Journal on Optimization (SIOPT)*, 19(3), 1150-1170, 2008)

Charles Audet, Département de mathématiques et de génie industriel, École Polytechnique de Montréal and GERAD.

John Dennis, Rice University.

Sébastien Le Digabel, Département de mathématiques et de génie industriel, École Polytechnique de Montréal and GERAD.

A Stochastic Control Model for Optimal Timing of Climate Policies

Olivier Bahn, Alain Haurie and Roland Malhamé

Climate change has become an issue of primary concern for virtually all countries around the world, with many now recognizing the need to significantly curb greenhouse gas (GHG) emissions in the medium to long term. However, the timing of GHG abatement remains the main point of contention. Proper timing must indeed emerge as the result of a delicate trade-off. On the one hand, abating too quickly may unduly limit economic development, which thus far has strongly relied on fossil based energy sources. On the other hand, an insufficient level or rate of abatement may cause immense damage if the true impact of atmospheric GHG concentrations on surface air temperature (climate sensitivity) turns out to be as high as feared by some climatologists. In this context, rational decision making must account for at least two important sources of uncertainty: current insufficient knowledge of the physics of earth atmospheric processes as captured by the climate sensitivity constant, and the rate at which clean technologies (fossil based with reduced level of GHG emissions, or based on renewable sources of energy) can be deployed on a large scale.

A mathematical model is hitherto proposed as the first step in rigorously addressing such decision making within an optimal control (dynamic optimiza-



tion) framework. The model complexity and details are kept at a low level for tractability purposes. Uncertainty in the temperature sensitivity constant is captured via the random timing of a jump from the current state of partial scientific knowledge to a presumed state of more complete knowledge, while the timing of the deployment of clean technologies on a grand scale is made contingent on the level of investment in R&D. These random jumps are assigned rates and values based on our past and current observations. Their statistics must affect invest-

ment decisions and activity levels (the main control actions) within the model of a world economy involving two components: a classical (dirty) fossil based economy and a yet-to-come clean economy. The (limited) investments at all time must be shared between these two sectors, and one should note that before the birth of a clean economy, investments in the latter sector correspond to the costs of R&D. Mathematically, the problem is characterized as stochastic control on hybrid (continuous/discrete) Markov process. It

is solved by developing the associated dynamic programming equations and numerically calculating their solutions. Our approach departs from previous takes on the problem which, although involving more detailed energy/economy models, captured uncertainty only through a limited collection of deterministic scenarios associated with probability weights, as in the usual stochastic programming framework.

We propose thereafter a numerical illustration using a simple assessment model representing the whole world economy. Solutions obtained provide interesting insights for governmental decision makers. In the pre-jump phase (when climate sensitivity is still uncertain and clean technologies not yet fully available), the optimal climate policy is to follow a precautionary approach by reducing GHG emissions as though the climate sensitivity were known to be high. During that phase, R&D investments in clean technologies gradually increase over time. Upon occurrences of jumps, the optimal climate policy adapts to the nature of the jumps. The most striking characteristic of the proposed policy appears to be its ability to follow intermediary investment paths before revelation of the true climate sensitivity. All the while a precautionary principle prevails for emissions.

While our model considered the idealized case of a single world economy decision maker, a more realistic framework would consist of several groups of countries playing strategically when deciding the timing of their respective abatement policies. Such a game theoretic model is currently under development.

(*Automatica*, 44, 1545-1558, 2008)

Olivier Bahn, *Service des méthodes quantitatives de gestion, HEC Montréal and GERAD.*
Alain Haurie, *ORDECSYS, Genève, and GERAD.*
Roland Malhamé, *Département de génie électrique, École Polytechnique de Montréal and GERAD.*

Dynamic Programming Approach for Valuing Options in the GARCH Model

Hatem Ben-Ameur,
Michèle Breton
and Juan-Manuel Martinez

An option gives its holder the right to buy (or to sell) a specified underlying asset, at some given future date, for a given fixed price. Options or other derivatives are now used routinely by firms, mainly to manage their exposure to financial risk, for example to foreign exchange, interest rate and commodity price risk.

In this paper, the authors propose an efficient computational method to evaluate the price of an option written on an underlying asset when the price of this asset is described by a GARCH process. This model assumes that the volatility of asset prices is not constant, but shows persistence over time, so that it can be represented by an auto-regressive process. This assumption is supported by empirical evidence of market prices of many traded assets. One feature of practical interest of this model is the fact that volatility can be estimated using observable market prices.

In the GARCH framework, the Markov chain approximation proposed by J.-C. Duan and J.-G. Simonato in 2001 was the most efficient method to date. H. Ben-Ameur, M. Breton and J.-M. Martinez proposed a Dynamic Programming (DP) algorithm, coupled with a finite element approximation of the option's value, which gives a much more precise evaluation in less computing time. They also

showed that Markov chain approximation could be considered a special case of the DP algorithm. The paper is partly based on the M.Sc. thesis of Juan-Manuel Martinez, in the financial engineering program at HEC Montréal.

The method is very efficient for the evaluation of derivatives written on a single asset. It computes the value of the derivative corresponding to all possible values of the asset's price and volatility, at all observation dates. For derivatives written on more than one asset, DP can no longer be used because of memory requirements (the value of the derivative for all possible combinations of factors can no longer be stored). An interesting development would be to adapt DP approximation procedures and obtain reliable estimations for the approximation error.

Efficient pricing methods and algorithms for options or other derivatives are important in both the practical and the academic context. First, while some options are exchange-traded, there is a huge market for Over-the-counter (OTC) derivatives, traded directly between two parties. Under the GARCH assumption, an efficient pricing algorithm allows the computation by both parties of the value of the option, given the series of observable market prices of the underlying asset. Second, pricing algorithms are also used by academics for empirical applications: prices quoted (on an exchange market) are compared with theoretical prices computed by a pricing algorithm, to assess the validity of the model for the price of the underlying asset.

(*Management Science*, doi: 10.1287/mnsc.1080.0925., 2008)

Hatem Ben-Ameur, Brock University and HEC Montréal and GERAD.

Michèle Breton, Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion, HEC Montréal and GERAD.

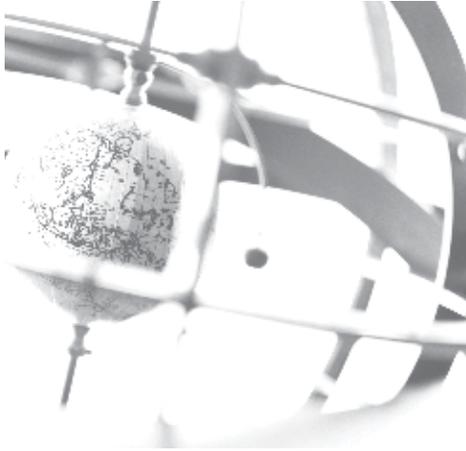
Juan-Manuel Martinez, HEC Montréal.

Locating a Circle on a Sphere

Jack Brimberg, Henrik Juel
and Anita Schöbel

The idea for this project came from discussions between the three authors while they attended the Ninth International Symposium on Locational Decisions (ISOLDE IX) in Fredericton, New Brunswick, June 2002. We were together at a presentation on methods and latest results for location problems on a sphere. Continuous location models typically assume that the problem may be represented on the plane (R^2). However, it is recognized that when distances between facilities are sufficiently large, the model accuracy is enhanced when it includes the earth's curvature. At the same time, the new facilities to be located, and the market areas that they serve, are typically represented as points in the location space. In certain cases, however, such as the location of transportation or communication lines, the dimensions of the facility cannot be ignored. Thus a significant body of research in the location field deals with the problem of *linear* facilities as well as other types of dimensional facilities. The question of locating a (large) linear facility while taking into account the earth's curvature seemed to the authors to be a natural extension of the line location problem on the plane. It turns out that this question had not been asked before!

The paper considers two types of objectives: minimize a sum of (weighted) shortest distances between the circle and a set of fixed points on a sphere, known as the *minisum* criterion; minimize the maximum such distance between the circle and the set of fixed points, or the *minimax* criterion. We consider general spherical circles, but we also examine the important special case of great circles. The main result for the minimax problem is that every optimal great circle is at a max-



Joint Design and Pricing on a Network

Luce Brotcorne, Martine Labbé, Patrice Marcotte and Gilles Savard

imum distance from at least three fixed points, while an arbitrary circle, to be optimal, must be identified by at least four such extreme points. For the minimum criterion, it is shown that an optimal great circle must pass through two of the fixed points. The results presented here extend known properties for the location of lines and circles on the plane, and provide interesting analogies as well.

Polynomial algorithms are also presented based on these findings.

Although the models developed here may be of more academic than practical interest at this time, the potential for future applications should not be ignored. As the paper argues, apart from the modelling of linear facilities on the earth's surface, new applications in diverse fields such as statistics, medicine and biology may evolve. Some open questions are noted and directions for future research are proposed as well that may provide ideas for graduate students in search of a thesis topic. For example, a related problem concerns the location of an *orbit* above a sphere, where a third dimension of altitude comes into play.

(*Operations Research*, 55(4), 782-791, 2007)

Jack Brimberg, Royal Military College of Canada, Kingston, and GERAD.

Henrik Juel, Technical University of Denmark.

Anita Schöbel, Georg-August-Universität, Göttingen, Germany.

This scientific article is a contribution to a rapidly growing area of research, namely pricing and revenue optimization, which started up in the late 1970s in the airlines industry in the United States. Since then revenue optimization has become a major component in the management of the service sector such as telecommunications, transportation, entertainment, tourism, and hotels, which are characterized by low marginal operating costs, stable short-term inventories or

supply capacity, and which often involve perishables. Our approach stands out in comparison with classical methods described in the literature in that it emphasizes the fine representation of consumer behaviour as well as its incorporation in a bi-level optimization model. With these models it is possible to link demand to product attribute modification by using behaviour models that can take the form of optimization, equilibrium or discrete choice (probabilistic) models.

In this article, motivated by a real telecommunications application, we examine a model that simultaneously integrates design and pricing aspects in a revenue optimization perspective. The mathematical model naturally takes the form of an NP-hard bi-level optimization program. We first exploit the mathematical structure of the program to show that a set of constraints normally associated with the second level can be transferred to the first



level. This is a property that is generally not valid in a bi-level mathematical programming context. Based on this new formulation, we develop an original resolution approach that generalizes the algorithmic framework of Lagrangian relaxation to bi-level programming. By penalizing the constraints that were transferred to the first level, the dual function is evaluated by resolving the Lagrangian sub-problem that then takes on the form of classical pricing problem (with no design variables). This sub-problem, which is still NP hard, can nonetheless be efficiently solved to obtain near-optimal solution. Implementation of the algorithm uses a sub-gradient approximation procedure, a reformulation as a one level program with an exact penalty function, and a Gauss-Seidel type resolution approach for solving the Lagrangian sub-problem.

The approach was validated for three sets of problems: the first simulated a varying sized highway transportation network, while the two others represented real cases of a highway network and a telecommunications network respectively. Problems with more than 4000 variables could thus be solved efficiently.

Research carried out at GERAD and the CIRRELT in the field of pricing and capacity management resulted in the creation of the spin-off company ExPretio Technologies. This firm proposes innovative technological solutions for revenue management and product pricing. Based on a unique technology that explicitly incorporates a company's operational and commercial objectives and its immediate environment, including customer and competitor behaviour, the tools developed aim to optimize inventory control, demand forecasting, and pricing in air and rail transportation.

(*Operations Research*, 56(5), 1104-1115, 2008)

Luce Brotcorne, Université de Valenciennes.
Martine Labbé, Université libre de Bruxelles.
Patrice Marcotte, Université de Montréal.
Gilles Savard, École Polytechnique de Montréal and GERAD.

Multi-Phase Dynamic Constraint Aggregation for Set Partitioning Type Problems

Issmail Elhallaoui,
Abdelmoutalib Metrane,
François Soumis and
Guy Desaulniers

The optimization of personnel and vehicle scheduling in air, rail, and bus transportation can produce substantial gains: savings of 1 percent on the cost of crews for a large airlines company represents more than 10 million dollars annually. However, assigning thousands of people to tens of thousands of flights is mind boggling. These problems are formulated as set partitioning models involving a very large number of variables and constraints. These models are much too large to be processed directly with commercial software. Since the 1980s our team has popularized the column generation method that reduces the number of variables to be considered simultaneously and enables more efficient processing of the problems.

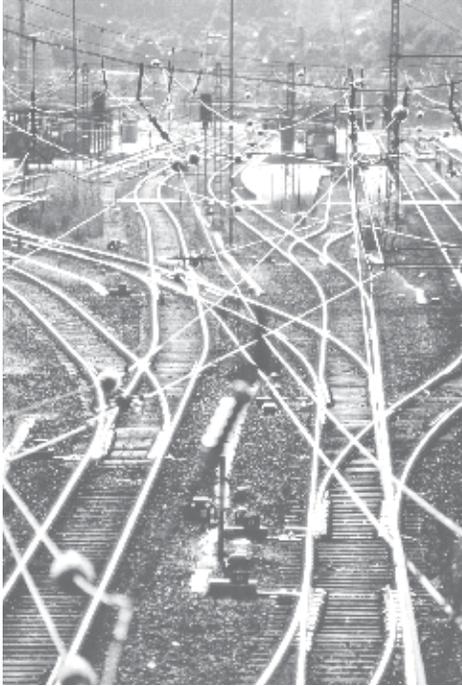
This article contributes to the development of a new method known as dynamic constraint aggregation (DCA) by which partitioning problems can be solved by considering only one subset of constraints at a time. This method is important since the solution time depends much more on the number of constraints than on the number of variables. It should be remembered that the resolution of partitioning problems relies on the simplex algorithm that gradually improves the

value of the current solution by performing iterations, known as "pivots", going from one basic solution to another.

An initial version of the DCA was published by our team in *Operations Research* [1]. This new method starts from the observation that, for partitioning problems, several basic variables are null and many of the simplex algorithm's pivots are degenerated. The idea of the DCA is to eliminate null variables from the base and to keep a single constraint in each group of constraints that have become identical for the positive-valued basic variables. In addition, variables are classified as compatible and incompatible. A variable is compatible if it can be entered in the basis without violating the suppressed constraints. Since iterations are less costly when a compatible variable is entered, the algorithm gives a certain priority to these variables. In fact, to enter an incompatible variable in the basis, constraints that could be violated must be added so as to avoid obtaining unfeasible solutions. The DCA also involves reductions of the basis and of the set of constraints kept.

This article improves the DCA and establishes its theoretical foundations. It classifies incompatible variables by their number of incompatibilities. A variable is k -incompatible if k constraints eliminated are violated when the variable is entered in the basis without adding these constraints. The new algorithm proceeds in phases by first performing the pivots on the variables with the least number of incompatibilities. These pivots are less costly to perform since fewer constraints need to be added to perform them. In addition, the size of the problem to be solved and the time required for the following pivots increase less rapidly. The article also adapts the notion of incompatibility to the column generation context, thus making it possible to process very large problems efficiently by simultaneously considering only a reduced number of variables and constraints.

First of all, the theoretical analysis shows that the number of bases associated with



an extreme point of a degenerate problem increases exponentially with the number of null variables in the basis, whereas with the DCA there is only one visited. Secondly, the analysis tries to explain the performance of the DCA by proving sufficient conditions that guarantee the decrease of the objective in one or two iterations. Using variables with few incompatibilities favours the satisfaction of these conditions. Finally, it is shown that the force of the DCA is to be able to prove that an optimal solution is achieved without considering explicitly all variables and all constraints.

Experiments on bus driver scheduling problems involving some 2000 constraints show that the number of constraints is on average reduced to 500 and the linear relaxation solution time is divided by a factor exceeding 20 with respect to the algorithm using only column generation, and by a factor of nearly 5 with respect to the initial version [1].

A third article published in *Computers & Operations Research* [2] adds the aggregation of column generation sub-problems and the search for integer optimal solutions. It is then observed that the linear relaxation solutions are less fractional than with a column generation algorithm

without DCA. In addition, the total solution time is reduced by a factor of 100. The development of the DCA enables the resolution of scheduling problems over longer planning horizons or combining several decision-making stages.

[1] Elhallaoui, I., Villeneuve, D., Soumis, F., Desaulniers, G., "Dynamic Aggregation of Set Partitioning Constraints in Column Generation", *Operations Research*, 53(4), 632-645, 2005.

[2] Elhallaoui, I., Desaulniers, G., Metrane, A., Soumis, F., "Bi-dynamic constraint aggregation and subproblem reduction", *Computers & Operations Research*, 35(5), 1713-1724, 2008.

(*Mathematical Programming A*, doi : 10.1007/s10107-008-0254-5, 2008)

All four authors are from *École Polytechnique de Montréal* and *GERAD*.

Rank-Based Extensions of the Brock, Dechert, and Scheinkman Test

Christian Genest, Kilani Ghoudi and Bruno Rémillard

Validation of models for time series is of paramount importance for applications, mainly in actuarial sciences and finance. These models usually involve unobservable terms called innovations which are assumed to be mutually independent, with a common distribution function. An important step in validating such models is to test the hypothesis of randomness for the sequence of innovations (i.e., to test the hypothesis that the innovations are independent). When the series itself is assumed to be independent, there is no

need to deal with the innovations and various tools available for testing the null hypothesis of randomness (e.g., tests based on autocorrelations or other serial dependence measures and tests based on empirical distribution functions, empirical characteristic functions, or empirical copulas).

However, in most models, the observations are dependent and one has to deal with the innovations. In addition, there are usually parameters that need to be estimated. For that reason, tests for randomness are usually based on residuals. The latter are typically computed by plugging in the estimated parameters in an equation relating the innovations and the observed data at all available periods of time. Replacing the innovations with residuals creates major problems. The residuals are not independent, and the asymptotic distribution of test statistics will generally depend both on the unknown parameters and on the unknown distribution function of the innovations. For these reasons, the standard tools that work when parameters are not estimated are of no use.

One ingenious way around this problem is provided by the statistic of Brock, Dechert and Scheinkman (BDS), whose limiting behaviour under the hypothesis of randomness is a standard Gaussian, even if the model parameters are estimated. Nevertheless, the BDS procedure suffers from major weaknesses, the main one being that the speed of convergence of the BDS statistic to the standard Gaussian is sometimes very slow. This is inconvenient because neither the level nor the power of the test can then be determined precisely unless that distribution function is known, explaining why so few people used it in practice. In this paper, extensions of the BDS statistic are considered which are freed from its main limitations. The main novelty is that the tests are based on empirical processes calculated from the ranks of the residuals, so that the asymptotic distribution does not depend on the unknown distribution function of the innovations. It is also shown that

under mild assumptions, the asymptotic distribution does not depend on the estimated parameters. Finally, Monte Carlo procedures are proposed for estimating P-values for any sample size. Some practical examples are treated in detail. In particular, it is shown that a well-known times model appearing in most time series textbooks is inadequate, contrary to the common knowledge.

This research paves the way to the study of statistics and empirical processes constructed from the ranks of residuals. In a near future, one hopes to be able to deal with more complicated settings involving residuals for general time series models.

(Journal of the American Statistical Association, 102(480), 1363-1376, 2007)

Christian Genest, Université Laval.

Kilani Ghoudi, United Arab Emirates University.

Bruno Rémillard, Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion, HEC Montréal and GERAD.

Flatness-based Extremum-seeking Control over Periodic Orbits

Martin Guay, Denis Dochain, Michel Perrier and Nicolas Hudon

Process control was historically interested in applying control theory to industrial process systems, such as stability of chemical reactors under disturbances, optimal control of distillation columns, etc. However, in recent years, as the science of chemical engineering became interested in biotechnology and medical

applications, new challenging problems appeared. One example of a new area for control applications is drug scheduling optimization. The emergence of pharmacokinetic models in mathematical biology suggests a new class of problems for control engineering practice. The overall control objective is generally to optimize and maintain the effect of a drug under some constraints on the drug concentration in the body. Many results on tracking, regulation, optimal control, and state estimation applied to pharmacokinetic models appeared in the control literature.

Examples of now well-studied pharmacokinetic models for control include HIV treatment, cancer chemotherapy, and insulin delivery. Pharmacokinetic models induce a very rich set of nonlinear systems to be studied from a dynamical systems perspective. At this point in time, the problem remains at an academic level, but a lot of medical practitioners are starting to be interested in the possibilities that optimal control theory offers to their practice. From their point of view, trying to optimize the effect of an existing drug offers opportunities for cost savings and ultimately better chances of remission for their patients.

Analyzing the available models leads to a few key observations that have to be taken into account in the optimal control design. First, since we are dealing with human beings, state constraints have to be respected at all time. Those models also suggested that the optimal control strategy might be periodic, hence the need to allow for a larger class of control inputs. Finally, since every patient is different, parameter variations in these models must be taken into account using feedback and on-line identification. In the context of drug delivery, optimizing control is a challenging task.

Optimal periodic control (OPC) started being developed in the early 1970s and it provided effective ways to decide if the optimal control input is periodic and gave effective ways to compute open-loop optimal periodic control policies. The first question was addressed using calculus of variations and convex analysis, while the



second question on the construction relied on numerical methods that cannot be easily transferred to the on-line application. In the paper referred to here, we used adaptive extremum-seeking to decide on the periodic optimal trajectory and track it using feedback. The main ingredient of extremum-seeking techniques is to be able to estimate the gradient of the cost function and use control action to drive it to zero. Extremum-seeking techniques have been applied successfully in the steady-state optimization of many systems using various approaches. Extremum-seeking control was used, for example, to minimize the amplitude of limit cycles in periodic systems. This paper is the first attempt to construct optimal cycles in real time using extremum-seeking techniques.

From a research standpoint, the problem is far from exhausted. Mixing the control, optimization and dynamical systems components leads to very important questions. For example, the dependency of the periodic behaviour with respect to parameter values is a question related to bifurcation theory. So far, this research relied on numerical simulations to show the concept. That makes the problem that motivates this paper very attractive for graduate students. It involves many areas of applied mathematics to solve an important problem in our societies, and the possible contributions are almost infinite. For instance, here are some questions a student could try to tackle in relation to the proposed algorithm. If one decides to reduce the size of the pharmacokinetic model, what are the important features of the model that have to be retained? What is the effect of the measurement sampling time, especially on the satisfaction of constraints? How robust is the optimal solution (i.e., can the optimal solution obtained by simulation can be obtained for all patients)?

Finally, in the near future, application of these techniques to real patients will be considered. One of the main problems to be considered before doing so is to validate the models and especially the value of the parameters. The availability of measure-

ments, which is now fast and reliable for insulin delivery for example, is also critical. The first step will of course be to convince physicians...

(*IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-52(10), 2005-2012, 2007)

Martin Guay, Nicolas Hudon, Department of Chemical Engineering, Queen's University.

Michel Perrier, Département de génie chimique, École Polytechnique de Montréal and GERAD.

Denis Dochain, Université Catholique de Louvain, CESAME, Belgium.

A Randomized Quasi-Monte Carlo Simulation Method for Markov Chains

Pierre L'Ecuyer, Christian Lécot and Bruno Tuffin

Reducing the Noise in Discrete-Event Simulations

Stochastic simulation is used all the time for management and decision making, mostly to estimate "averages" defined as mathematical expectations, which typically represent expected costs or rewards. Often, the expected cost depends on a decision policy that we would like to optimize, and this requires running the simulation repeatedly at a large number of different parameter settings. This may take hours or days of computing time, or even more, and sometimes still give noisy (unreliable) answers.

Classical simulation methodology is based on the Monte Carlo method, for which dividing the probable error by a given constant a requires multiplying the number of simulation runs (or the com-

putational effort) by a^2 (i.e., to get one more decimal digit of accuracy, we need to multiply the computing budget by 100). This is slow and expensive.

Randomized quasi-Monte Carlo (RQMC) methods are hybrid techniques that combine clever integration rules with some randomness in order to obtain a better convergence rate for the error. This means less work for the same accuracy, or a much better accuracy for the same amount of work. These methods have gained popularity recently and they work well for estimating the integral of a smooth function in a small or moderate number of dimensions, in other words, when the cost (whose expectation is to be estimated) depends only on a few random numbers in the simulation, and is a smooth function of these random numbers. But when the function depends on the sample path of a discrete-event model that evolves over a large number of time steps, which is often the case in applications, the dimension of the integrand is very large and the RQMC methods are ineffective when applied in a standard way. One may then be tempted to conclude that RQMC is useless for these common situations.

But the authors have introduced a new RQMC algorithm specially designed to improve the efficiency of discrete-event simulations (viewed as Markov chains) over several steps. Their work was published in *Operations Research* in "A Randomized Quasi-Monte Carlo Simulation Method for Markov Chains." They provide examples showing that their method can dramatically reduce the variance (or average square error), sometimes by several orders of magnitude compared with standard Monte Carlo.

The intuition is to simulate n copies of the chain in parallel, advancing all copies by one step at each iteration, and to induce negative dependence between these copies, so that the empirical distribution of the n states at any given step provides a much more accurate approximation of the true distribution than if the n copies were simulated independently. This can improve the simulation efficiency for



An Oligopolistic Electricity Market Model with Interdependent Market Segments

Pierre-Olivier Pineau
and Georges Zaccour

Markov chains simulated over several hundred steps, sometimes by factors of over 1000. Better convergence rates than for Monte Carlo have been proved for this method, under certain conditions. The applications include queuing systems, option pricing in finance, reliability and risk assessment models, and many more.

L'Ecuyer and his graduate student A. L'Archevêque-Gaudet, and their French collaborators, continue studying the method and its potential improvements in multidimensional settings. They examine issues such as comparing ways of sorting the states between the steps, bounding the convergence rate of the variance, and experimenting the method in new classes of applications. Combinations of this method with other techniques such as splitting (for rare-event simulation) and coupling from the past (to sample a Markov chain exactly from its steady-state distribution) are also examined.

(*Operations Research*, 56(4), 958-975, 2008)

Pierre L'Ecuyer, *Université de Montréal and GERAD.*

Christian Lécot, *Université de Savoie.*

Bruno Tuffin, *IRISA-INRIA, Campus Universitaire de Beaulieu.*

Optimal investment in production capacity is an important problem in all industries, but particularly in the electricity sector. The “peak load” problem can indeed be extremely costly for electricity producers because a large share of the required production capacity to meet the highest demand is used only a small fraction of the time. These costs have to be recovered over very short time periods, or averaged over the whole output. If this latter solution is chosen, the wrong price signals are sent to consumers, who will face *lower* prices in peak demand periods and *higher* prices in off-peak demand periods.

When price and investment regulations are removed, many new issues arise in this type of problem: how much will firms actually invest in peak and off-peak production capacities? How will prices evolve? How does consumers' demand for electricity in different periods influence investment levels? This new business environment, with less regulation, transforms a traditional optimization problem into a game problem, where different industry-specific constraints pose various challenges: different technologies can be used, demand is different in different time periods (but no delay is tolerated in

production) and demand is both price-elastic and cross-price elastic.

This paper specifically addresses the last of these challenges: price and cross-price elasticities of demand are fully integrated in the model. No previous paper in the field formally introduced cross-price elasticity in game-theoretic models to find analytical solutions to investment problems. Our analytical results have been applied to the Ontario electricity market, to offer a numerical illustration of the impact of evolving price-elasticity and cross-price elasticity over investment levels. As cross-price elasticity in off-peak demand period grows (meaning that demand in off-peak is more responsive to price in peak period), there is less investment in peak technologies, but more in off-peak technologies, and price levels increases (with more overall profits for firms). A similar profit pattern is found



when cross-price elasticity in peak demand period increases, with however a reverse impact on investment in off-peak and peak technologies. In both cases, it is found that when consumers are more cross-price elastic (i.e., when they can adjust their consumption to prices in both periods), it is to the benefit of the firms – and not the consumers, as for price-elasticity. These elements are important to study to fully understand how the market could evolve and how changing regulations and consumer behavior can influence prices and investments.

This electricity market model is designed in a static context – which is not fully adequate to capture the dynamics of production and investment choices over time. A PhD student, Hasina Rasata, is now developing a dynamic version of this model under the supervision of Georges Zaccour and Pierre-Olivier Pineau.

(An Oligopolistic Electricity Market Model with Interdependent Segments, *The Energy Journal*, 28(3), 165-185, 2007)

Pierre-Olivier Pineau, *Service de l'enseignement des méthodes quantitatives de gestion, HEC Montréal.*

Georges Zaccour, *Service de l'enseignement du marketing, Chair in Game Theory and Management, HEC Montréal, and GERAD.*

Managing Clearance Sales in the Presence of Strategic Customers

Dan Zhang
and William L. Cooper

Clearance sales have been widely used in the retail industry. Among the benefits

offered are the liquidation of excess inventory and the potential to reach the more price sensitive customer segment. Excessive use of the practice, however, can prompt many customers to wait for the sales, hurting retailer revenue. In academic studies, clearance pricing has been examined in the operations and marketing literature. This paper adds to the existing literature by studying the joint effects of strategic consumer purchase behavior, capacity, and pricing flexibility.

This paper studies the pricing and rationing decisions of a seller selling a single product over two periods, a regular sales period and a clearance period. Customers expecting future sales may wait to purchase later at discounted prices. This phenomenon is increasingly observed nowadays with the help of online tools devised to help customers. One strategy to counter the undesirable customer waiting is to ration the products at lower prices so that waiting customers suffer from rationing risk, which is the topic of several recent research studies. In this paper, it is shown that pricing flexibility plays an important role in determining the effectiveness of inventory rationing. When the seller can price optimally, and product quantity is unlimited (or can be replenished quickly at a constant cost), it is never optimal to ration the product in the clearance period. When the prices are fixed in advance, it can be optimal to ration in the clearance period. However, it is found that the added benefit is relatively small. In particular, the better of the two options (i.e., selling the product only in the regular season or selling in both periods without rationing) is near optimal. The paper also extends the results to cases where product quantity is fixed (and cannot be replenished). This would apply to service industries with rigid capacity such as airlines and car rental companies.

This research can be extended in several directions. First of all, it is assumed in the paper that demand is deterministically price-dependent. It would be interesting to conduct the analysis in the stochastic demand case, even though we suspect

that the main insights of the paper would still apply. Second, the paper assumes that the demand curve (or price response function) is known. Examining the problem when the demand curve is not known but has to be estimated from sales data is another interesting research direction, and is the topic of an on-going research project.

(*Production and Operations Management*, 17(4), 416-431, 2008)

Dan Zhang, *Desautels Faculty of Management, McGill University and GERAD.*
William L. Cooper, *University of Minnesota.*

GERAD Newsletter

Published 2 to 3 times a year by GERAD.

Director
Georges Zaccour
georges.zaccour@gerad.ca

GERAD
HEC Montréal
3000, chemin de la Côte-Sainte-Catherine
Montréal, Québec, Canada H3T 2A7
Telephone : 514 340-6053

Web site
www.gerad.ca
bulletin@gerad.ca

Editor
Robin Philpot
rphilpot@sympatico.ca

Translation
Robin Philpot

Graphic Design
HEC Montréal

Legal deposit: 1st quarter 2009
Bibliothèque nationale du Québec

Reproduction authorized with
acknowledgement of source.